

## Comparação de Métodos Mono-Objetivos em Identificação Caixa-Cinza

M.F.S. BARROSO<sup>1</sup>, R.R. SALDANHA<sup>2</sup>, L.A. AGUIRRE<sup>3</sup>, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Presidente Antônio Carlos 6627, 31270-010 Belo Horizonte, MG, Brasil.

**Resumo:** O uso de conhecimento *a priori* em identificação de sistemas como ferramenta auxiliar para a melhoria da estrutura e para a estimação de parâmetros vem se destacando nos últimos anos. Com esse propósito, o presente trabalho parte das definições gerais em identificação caixa-preta (sem uso de conhecimento *a priori*) e das características gerais da estrutura dos modelos NARX polinomiais para definir uma metodologia que permita usar conhecimento *a priori* nas etapas de escolha de estrutura e estimação de parâmetros utilizando ferramentas de otimização. Em geral, os modelos identificados fazendo-se uso de informação *a priori* têm um comportamento global melhor de que seus análogos obtidos por técnicas caixa-preta. Para ilustrar este fato será mostrado um exemplo utilizando-se dados medidos reais de um conversor CC-CC Buck.

### 1. Introdução

Na prática, testes para obtenção de dados de identificação estão amarrados aos limites operacionais do sistema a ser modelado. Em sistemas industriais, por exemplo, não é desejável que a produção seja interrompida para se efetuar testes para coleta de dados. Na maioria das vezes o sinal de excitação do sistema é variado em uma pequena faixa de amplitude e frequência. Estruturas e parâmetros estimados a partir de dados com essas características só são capazes de representar, em geral, o sistema na faixa de operação dos dados [2]. No entanto, se existir alguma informação fora da faixa de operação dos dados dinâmicos, esta pode ser utilizada como conhecimento auxiliar (*a priori*), que deve ser incorporada nas etapas de escolha de estrutura e/ou estimação de parâmetros na tentativa de se obter modelos mais representativos.

De maneira geral, a incorporação de conhecimento auxiliar na etapa de estimação de parâmetros do modelo recai em um problema de otimização restrita. Com isso, este trabalho tem como objetivo principal mostrar alguns resultados utilizando-se conhecimento auxiliar nas etapas de escolha de estrutura e estimação de parâmetros.

---

<sup>1</sup>Agradecimentos ao CNPq e à FAPEMIG pelo financiamento deste trabalho.

<sup>2</sup>Colaborador na preparação deste trabalho.

<sup>3</sup>Contatos para maiores informações: [aguirre@cpdee.ufmg.br](mailto:aguirre@cpdee.ufmg.br), [www.cpdee.ufmg.br/~MACSIN](http://www.cpdee.ufmg.br/~MACSIN).

Esta última utiliza ferramentas de otimização não-lineares e, além disso, promove, através de um índice de qualidade, uma comparação com um modelo caixa-preta análogo. Os resultados obtidos sugerem que os modelos caixa-cinza são mais representativos em uma faixa mais ampla de operação quando comparados aos análogos caixa-preta.

## 2. Definição do Problema de Identificação Caixa-Cinza

O problema estudado neste trabalho é descrito a seguir.

Deseja-se identificar um modelo NARX polinomial a partir de dados dinâmicos. Além disso, assumindo-se que exista conhecimento a priori da característica estática do sistema, deseja-se utilizar essa informação no processo de identificação, ou seja, deseja-se obter um modelo que:

1. minimize a predição um passo à frente sobre os dados dinâmicos
2. e, ao mesmo tempo, tenha uma curva estática tão próxima quanto possível da curva estática conhecida do sistema.

O objetivo 1 pressupõe a solução de dois outros problemas, a saber:

- determinação de estrutura;
- estimação de parâmetros.

A solução desses problemas no contexto dos objetivos 1 e 2 resultará em problemas de otimização não-lineares sujeitos a restrições de igualdade.

Neste trabalho são apresentadas duas ferramentas de otimização mono-objetivo para a solução do problema apresentado: (i) um algoritmo da família de “exclusão de semi-espacos”, conhecido pelo nome de algoritmo elipsoidal e (ii) um algoritmo não iterativo chamado Mínimos Quadrados Restritos (MQR). Ambos utilizam o conhecimento *a priori* disponível como restrições de igualdade na minimização da função custo utilizada.

Para o levantamento das restrições é utilizado um algoritmo da família de “direção de busca” chamado BFGC (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno).

## 3. Estudo de Caso – Identificação de um Conversor CC-CC Buck

Um aspecto que torna o presente problema interessante é a limitação dos dados de entrada do sistema à faixa de  $2,0V < u(k) < 2,5V$ . Por outro lado, deseja-se um modelo que represente o sistema para valores de entrada na faixa  $1V \leq \bar{u}(k) \leq 4V$ . Este fato torna problemática a estimação caixa-preta dos parâmetros do modelo.

Embora os sinais de entrada e saída sejam restritos a uma estrita faixa de operação, é possível estimar de forma analítica os pontos de operação do sistema, ou seja, levantar a relação estática entre entrada e saída em diferentes níveis. Esta relação caracteriza a curva estática do sistema. A relação teórica entre a razão cíclica e a tensão em estado estacionário do conversor implementado é dada por:

$$\begin{aligned} V_{\mathbf{O}} &= (1 - D)V_{\mathbf{d}} \\ &= \left(1 - \frac{\bar{u} - 1}{3}\right) V_{\mathbf{d}} \\ &= \frac{4V_{\mathbf{d}}}{3} - \frac{V_{\mathbf{d}}}{3}\bar{u}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

sendo  $V_{\mathbf{O}}$  a tensão na carga,  $D$  é a razão cíclica,  $V_{\mathbf{d}}$  a tensão constante de alimentação e  $\bar{u}$  é o valor em estado estacionário da entrada do modelo  $u(k)$ .

Os dados estáticos podem ser obtidos aplicando-se à equação (3.1) valores de  $\bar{u}$  que abrangem todos os pontos de operação do sistema (1 a 4V). Se estes dados forem colocados em um gráfico, este caracterizará a curva estática do sistema.

Esse tipo de relação estática pode ser conseguida em modelos NARX polinomiais através de uma estrutura com grau de não-linearidade unitário acrescido do termo constante [3]. No entanto, em [2] foi mostrado que modelos com essa estrutura não conseguem aproximar bem a característica estática do sistema em toda a sua faixa de operação. Na tentativa de contornar esse problema, os autores optaram por uma estrutura com um grau de não-linearidade mais elevado, no caso, cúbico. A recuperação estática foi melhorada mas ao preço de uma estrutura mais complexa do que parece ser necessária, uma vez que sua característica estática é uma reta.

A estrutura polinomial identificada em [2], com seus parâmetros, pode ser vista através da equação (3.2), sendo a estrutura escolhida através de ferramentas estatísticas e os parâmetros estimados via MQ (Mínimos Quadrados Convencionais). É importante citar que não foi utilizado nenhum tipo de restrição aos parâmetros e nem à estrutura do modelo.

$$\begin{aligned} y(k) &= 1,2013y(k-1) - 0,2608y(k-2) + 6,2479 \\ &\quad - 2,6783u(k-1)^3 + 0,2081y(k-3) \\ &\quad + 8,8399u(k-1)^2u(k-3) + 3,6636u(k-3)^3 \\ &\quad - 0,6162u(k-1)u(k-3) - 9,7707u(k-1)u(k-3)^2. \end{aligned} \quad (3.2)$$

As respostas dinâmica e estática do modelo (3.2), comparadas com os dados originais, podem ser vistas nas Figuras 1 e 2, respectivamente. Nota-se, que embora a resposta dinâmica do modelo (3.2) seja uma boa aproximação do comportamento do sistema real (Figura 1), sua resposta estática é local (Figura 2), ou seja, o modelo não é capaz de representar em todos os pontos de operação o sistema real. Essa afirmação é muito relevante para justificar a utilização de conhecimento a priori na tentativa de melhorar o comportamento global do modelo.

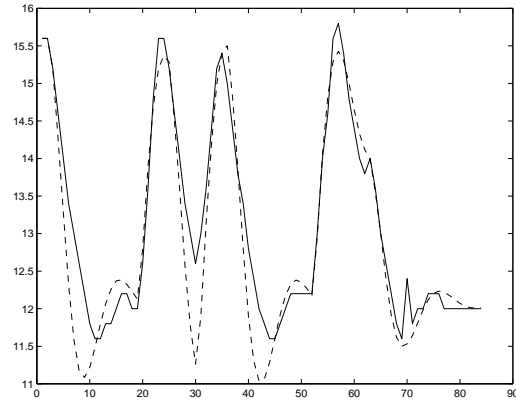


Figura 1: Validação dinâmica do modelo (3.2) sendo: (-) os dados reais e (- -) a resposta do modelo. Sendo o eixo dos  $x$  o número de amostras e o eixo dos  $y$  o valor em volts da saída do sistema.

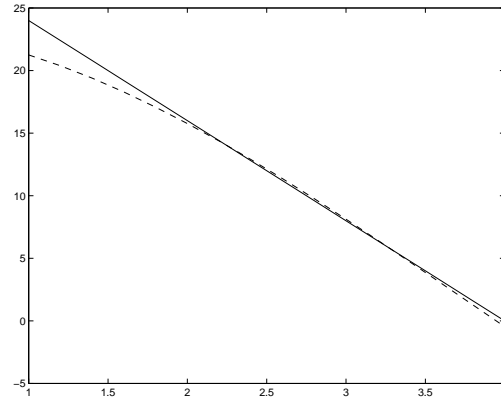


Figura 2: Validação estática do modelo (3.2) sendo: (-) curva estática teórica conforme equação (3.1) e (- -) a resposta do modelo. Sendo o eixo dos  $x$  a entrada estática  $\bar{u}$  e o eixo dos  $y$  a saída estática  $\bar{y}$  ambos em volts.

Na próxima seção serão mostrados dois casos: (i) utilização de conhecimento *a priori* na etapa de escolha de estrutura do modelo e (ii) utilização de conhecimento *a priori* na etapa de estimação de parâmetros através da imposição de restrições.

## 4. Resultados

Na tentativa de se identificar um modelo global, ou seja, que seja capaz de excursionar todos os pontos de operação desejados, são utilizadas como conhecimento *a*

priori, a curva estática e a não variabilidade da “constante de tempo” do sistema, além dos dados de identificação. Como a curva estática, obtida de forma analítica, apresenta apenas um estado estacionário na saída, o modelo deve apresentar esta característica, ou seja, os termos do tipo  $y(k-i)^p$  para  $p > 1$  não devem ser incluídos na estrutura do modelo polinomial.

**(i) Escolha de Estrutura.** Para que a estrutura do modelo seja suficientemente flexível, permitindo assim que o modelo se ajuste aos dados de identificação com maior facilidade, optou-se pela utilização de uma estrutura quadrática.

Partindo das premissas anteriores, escolheu-se um sub-conjunto de termos dentro do conjunto de todos os termos candidatos possíveis. Utilizando-se agora este sub-espaço, o modelo foi submetido a algoritmos estatísticos de escolha de estrutura e estimação de parâmetros. O modelo polinomial identificado é:

$$\begin{aligned} y(k) = & 1,4359y(k-1) - 0,6775y(k-2) + 9,7877 \\ & -34,3739u(k-1) + 9,4544u(k-1)^2 \\ & -5,4747u(k-2)u(k-1) + 30,5374u(k-2) \\ & -3,5401u(k-2)^2. \end{aligned} \quad (4.1)$$

O modelo (4.1) escrito de forma agrupada é

$$(1 - 0,7584)\bar{y} = 9,7877 - 3,8365\bar{u} + 0,4396\bar{u}^2,$$

e sua característica estática pode ser estimada através da seguinte função:

$$\bar{y} = \frac{9,7877 - 3,8365\bar{u} + 0,4396\bar{u}^2}{1 - 0,7584}. \quad (4.2)$$

Para a validação estática foram aplicadas entradas na faixa de (1 a 4V) na função (4.2). A avaliação é feita de forma visual e através dos índices de desempenho RMSE (do inglês Root Mean Square Error) [1].

Embora a estrutura do modelo estivesse de acordo com as premissas levantadas o modelo não foi capaz de aproximar a curva estática fora dos limites dos dados dinâmicos, como pode ser visto na Figura 4.

Para que o modelo fosse global, esperava-se que o estimador de parâmetros zerasse o coeficiente do agrupamento  $\Omega_{u^2}$ , permitindo assim que a relação estática  $f(x) = ax + b$ , fosse mantida, ou seja, que a característica estática fosse uma reta fora da origem, o que na verdade não aconteceu. Isso é explicado pelo fato dos dados serem limitados a uma estreita faixa de variação. Observa-se através da Figura 3 que o ajuste dinâmico do modelo é semelhante ao do modelo (3.2), justificando assim a não necessidade de um modelo cúbico como foi sugerido em [2].

Os valores RMSE para o modelo (4.1) podem ser vistos na Tabela 1. O índice RMSE estático mostra que a aproximação estática do modelo (4.1) não é aceitável, uma vez que o valor é maior que a unidade.

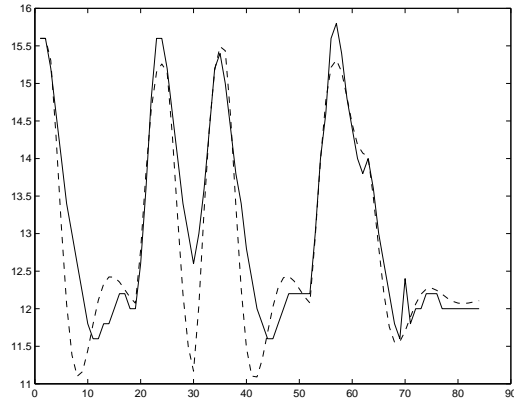


Figura 3: Validação dinâmica do modelo (4.1) sendo: (-) os dados reais e (- -) a resposta do modelo. Sendo o eixo dos  $x$  o número de amostras e o eixo dos  $y$  o valor em volts da saída do sistema.

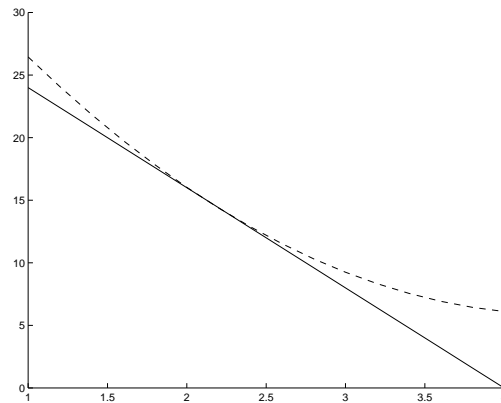


Figura 4: Validação estática do modelo (4.1) sendo: (-) curva estática teórica conforme equação (3.1) e (- -) a resposta do modelo. Sendo o eixo dos  $x$  o sinal estático de entrada ( $\bar{u}$ ) e o eixo dos  $y$  o sinal estático de saída ( $\bar{y}$ ), ambos em volts.

Embora a aproximação estática do modelo (4.1) não tenha sido satisfatória (ver Figura 4), esse fato pode ser creditado ao estimador utilizado e não à estrutura, uma vez que a princípio, uma estrutura quadrática com todos os termos deveria ser capaz de aproximar uma reta, bastando para tal que o coeficiente do termo quadrático fosse zero.

O que se pretende mostrar é que a inclusão de informação estática, fora da faixa de operação dos dados de identificação, na etapa de estimação de parâmetros, é suficiente para melhorar a aproximação estática do modelo sem a necessidade de alterar a sua estrutura [4, 9, 7, 5].

**(ii) Estimação de Parâmetros.** Baseado nessa afirmação definiu-se uma estratégia para a incorporação de conhecimento a priori na etapa de estimação de parâmetros do modelo. De maneira resumida, a estratégia pode ser vista a seguir:

1. utilizando-se a estrutura do modelo (4.1);
2. o sistema apresenta apenas um estado estacionário na saída e tem a "constante de tempo" invariante. A sua característica estática é escrita como:

$$\bar{y} = \frac{a_0 + a_1\bar{u} + a_2\bar{u}^2}{1 - b_1};$$

3. a função custo utilizada para estimação do vetor de restrições, é escrita como

$$f(a, b) = (\bar{y}_{\text{real}} - \bar{y})^T (\bar{y}_{\text{real}} - \bar{y}).$$

Utilizando-se o algoritmo BFGS para realizar o ajuste de curva, o vetor  $\mathbf{c}$  ( $\mathbf{c} = [a_0 \ a_1 \ a_2 \ b_1]$ ) estimado é

$$\mathbf{c} = [8,8545 \quad -2,2153 \quad 0,0000 \quad 0,7234]^T.$$

Com as restrições escritas na forma  $\mathbf{c} = \mathbf{S}\theta$ , tem-se

$$\begin{bmatrix} 8,8545 \\ -2,2153 \\ 0,0000 \\ 0,7234 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_7 \\ \theta_8 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

4. as restrições são impostas na etapa de estimação dos parâmetros através dos algoritmos elipsoidal e MQR [6, 8];
5. o modelo via algoritmo MQR é

$$\begin{aligned} y(k) = & 1,3809y(k-1) - 0,6575y(k-2) + 8,8545 \\ & -33,7442u(k-1) + 9,51180u(k-1)^2 \\ & -5,9413u(k-2)u(k-1) + 31,5289u(k-2) \\ & -3,5763u(k-2)^2. \end{aligned} \quad (4.4)$$

6. o modelo (4.4) em sua forma agrupada é

$$(1 - 0,7234\bar{y}) = 8,8545 - 2,2170\bar{u} + 0,0004\bar{u}^2,$$

tendo como função estática

$$\bar{y} = \frac{8,8545 - 2,2170\bar{u} + 0,0004\bar{u}^2}{1 - 0,7234}.$$

Partindo da mesma estrutura do modelo (4.4) e das mesmas restrições (4.3), tem-se o seguinte modelo com os parâmetros estimados via elipsoidal.

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 1,4179y(k-1) - 0,6954y(k-2) + 8,8539 \\
 & -33,5641u(k-1) + 9,3072u(k-1)^2 \\
 & -5,6218u(k-2)u(k-1) + 31,3472u(k-2) \\
 & -3,6873u(k-2)^2
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

## 5. Conclusão

Nota-se, através de uma comparação visual (ver Figuras 3 e 5), que as respostas dinâmicas dos modelos (4.1) e (4.4) são próximas. Esse fato pode ser confirmado através dos índices RMSE, que estão na Tabela 1. A diferença percentual das aproximações ficou em torno de 17%. Esse valor não é tão pequeno, mas foi o preço pago por um índice estático cerca de 127% menor do modelo com parâmetros estimados de forma restrita. A resposta estática do modelo (4.4), em comparação a curva obtida analiticamente, pode ser vista na Figura 6, nota-se que as curvas estão sobrepostas.

A estrutura do modelo (4.4) é mais simples do que a do modelo (3.2), embora esse apresente uma resposta dinâmica melhor, a aproximação estática é amplamente favorável ao modelo (4.4), se comparada com o índice RMSE de 0,9750 do modelo (3.2).

Portanto, uma estrutura escolhida através de estratégias caixa-cinza, como a apresentada nesse trabalho, associada às ferramentas de otimização para a imposição de restrições aos parâmetros é uma alternativa para a melhora da representatividade do modelo.

O modelo com parâmetros estimados via elipsoidal não apresenta diferença considerável em relação ao modelo estimado via MQR e por essa razão seus resultados gráficos são omitidos.

Tabela 1: Comparação entre os valores RMSE dos modelos (4.1), (4.4), (4.5).

RMSE	Estática	Dinâmica
MQ	2,4792	0,5612
MQR	0,0028	0,6750
ELIP	0,1187	0,8288

Pode-se notar que a metodologia mostrou-se eficiente, ou seja, consegue uma aproximação estática muito boa sem perda considerável da aproximação dinâmica. O modelo caixa-cinza é mais representativo, o que é um ganho de qualidade considerável em relação à identificação caixa-preta.



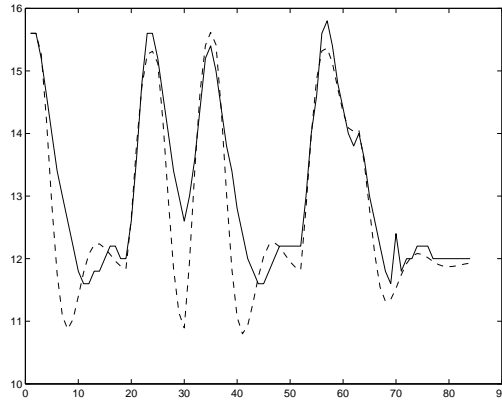


Figura 5: Validação dinâmica do modelo (4.4) sendo: (-) os dados reais e (- -) a resposta do modelo. Sendo o eixo dos  $x$  o número de amostras e o eixo dos  $y$  o valor em volts da saída do sistema.

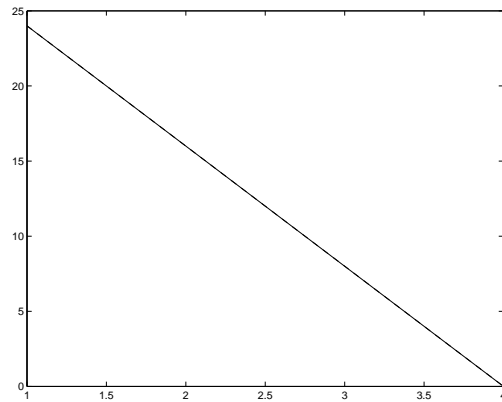


Figura 6: Validação estática do modelo (4.4) sendo: (-) curva estática teórica conforme equação (3.1) e (- -) a resposta do modelo. Sendo o eixo dos  $x$  o sinal estático de entrada ( $\bar{u}$ ) e o eixo dos  $y$  o sinal estático de saída ( $\bar{y}$ ), ambos em volts.

**Abstract:** An important issue that has attracted attention in the last few years is how to take into account a priori information during different phases of model identification, namely structure selection and parameter estimation. This paper compares, by means of a real example, grey-box identification methods based on NARX polynomial models and optimization techniques. As a by-product, models that use prior knowledge in steady state usually have an improved dynamical behaviour over a wider range of validity, when compared to the black-box counterparts, where no prior knowledge is used.

## Referências

- [1] L.A. Aguirre, “Introdução à Identificação de Sistemas - Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais”, Editora UFMG, Belo Horizonte, 2000.
- [2] L.A. Aguirre, F. Donosco-Garcia e R. Santos-Filho, Use of *a priori* Information in the Identification of Global Nonlinear Models - A Case Study Using a Buck Converter, *IEEE Transaction on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications.*, **47**, No. 7 (2000), 1081-1085.
- [3] L.A. Aguirre, G.G. Rodrigues e C.F. Jácome, Identificação de Sistemas Não-Lineares Utilizando Modelos NARMAX Polinomiais - Uma Revisão e Novos Resultados, *SBA Controle & Automação*, **9**, No. 2 (1998), s/p.
- [4] M.F.S. Barroso, “Métodos de Otimização Mono-Objetivo Aplicados à Identificação Caixa-Cinza de Sistemas Não-Lineares”, Dissertação de Mestrado, PPGEE, UFMG, Belo Horizonte, MG, 2001.
- [5] M.V. Corrêa, “Identificação Caixa-Cinza de Sistemas Não-Lineares Utilizando Representações NARMAX Racionais e Polinomiais”, Tese de Doutorado, PPGEE, UFMG, Belo Horizonte, MG, 2001.
- [6] Draper and Smith , “Applied Regression Analysis”, Wiley Series in Probability and Statistics, New York, 1998.
- [7] K. Murakami e D.E. Seborg, Constrained parameter estimation with applications to blending operations, *Journal of Process Control*, **10** (2000), 195-202.
- [8] R.K. Pearson e M. Pottmann, Gray-box identification of block-oriented nonlinear models, *Journal of Process Control*, **10** (2000), 301-315.
- [9] H.J.A.F. Tulleken, Grey-box Modeling and Identification Using Physical Knowledge and Bayesian Techniques, *Automatica*, **29**, No. 2 (1993), 285-308.