

Processamento de Sinais com *Wavelets*: Redução do Efeito do Multicaminho do Sinal GPS¹

E.M. de SOUZA², A. PAGAMISSE³, M. MENEGUETTE Jr⁴, J.F.G. MONICO⁵,
Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP, 19060-900 Presidente Prudente, SP,
Brasil.

Resumo. A Análise em Multirresolução (AMR) *Wavelets* tem se tornado uma ferramenta de grande eficiência para análise de sinais com aplicações em física, reconhecimento de voz, codificação, reconhecimento e segmentação de imagens, redução de ruídos (*denoising*), estimação de densidade, regressões e outras. Uma importante e recente aplicação refere-se ao uso da AMR para redução de ruídos e do efeito do multicaminho que ocorre principalmente em sinais enviados por satélites, pois estes se refletem em superfícies próximas ao receptor antes de chegarem ao mesmo. Esses sinais refletidos deslocam o sinal direto causando diversos erros que prejudicam a precisão e acurácia dos resultados obtidos nos sistemas de posicionamento por satélite, tais como o GPS (*Global Positioning System*). Foram realizados experimentos em ambiente com objetos refletores para gerar propositalmente erros de multicaminho. Os resultados foram comparados com e sem a aplicação da AMR. Após a correção do efeito do multicaminho, os resultados se mostraram muito promissores, pois obtiveram-se até 30% de melhorias.

1. Introdução

As *wavelets* são ferramentas de grande eficiência em aplicações nos mais variados campos da Matemática e da Engenharia, principalmente em função da possibilidade de localização espaço-frequencial. A AMR fornece uma forma de implementar a Transformada *Wavelet* (TW) de modo rápido e com filtros discretos ([8] e [4]). Essa teoria representa um ferramental para análise de sinais com aplicações em física, reconhecimento de voz, codificação de imagens, reconhecimento e segmentação de imagens, redução de ruídos (*denoising*), estimação de densidade, regressões e outras. Uma importante e recente aplicação refere-se ao uso da AMR para redução de ruídos e do efeito do multicaminho que ocorre principalmente em sinais enviados por satélites. Esse efeito ocorre devido à reflexão do sinal em superfícies próximas ao receptor antes de chegar ao mesmo, causando um deslocamento no sinal direto, que implica em diversos erros e prejudica a precisão e acurácia dos resultados obtidos

¹Trabalho financiado pela FAPESP - Processos 01/11857-2 e 03/12770-3

²eniuce@yahoo.com.br, Programa de Pós Graduação em Ciências Cartográficas

³aylton@prudente.unesp.br, Departamento de Matemática

⁴messias@prudente.unesp.br, Departamento de Matemática

⁵galera@prudente.unesp.br, Departamento de Cartografia

nos sistemas de posicionamento por satélite, tais como o GPS (*Global Positioning System*) ([5] e [10]).

O efeito do multicaminho depende da geometria do cenário envolvendo as antenas dos receptores, dos satélites, dos objetos refletoras e da natureza do material desses objetos. Dessa forma, desde que a geometria do ambiente permaneça inalterada, o efeito do multicaminho deve apresentar o mesmo padrão em diferentes dias, proporcionando uma forma de verificação e análise deste efeito.

No processo de redução do efeito do multicaminho utilizando a AMR, o sinal é tratado e decomposto através da TW, separando as altas frequências, onde se encontra o efeito do multicaminho de alta frequência, das baixas frequências (sinal propriamente dito). Após o processo de decomposição, modificando os coeficientes *wavelet* utilizando uma limiarização (Seção 3.1), o sinal pode ser reconstruído sem o efeito do multicaminho de alta frequência ([12] e [13]).

2. A Transformada *Wavelet*

Wavelets são blocos construtores de funções localizados no tempo e no espaço. As *wavelets* são obtidas de translações e dilatações de uma única função $\psi(t)$, chamada de *wavelet* mãe, dadas por

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0,$$

onde a representa o parâmetro de dilatação e b o de translação.

A Transformada *Wavelet* Contínua (TWC) [1] de um sinal f é definida por

$$W(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int f(x) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx.$$

Suponha que a *wavelet* satisfaz à seguinte condição de admissibilidade [1]:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\widehat{\psi}(\xi)|^2}{\xi} d\xi < \infty,$$

onde $\widehat{\psi}(\xi)$ é a Transformada de Fourier de ψ . Então, o sinal f pode ser reconstruído, ou seja, a TWC $W(a, b)$ é inversível e a sua inversa é dada pela seguinte relação:

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(a, b) \psi_{a,b}(x) \frac{dad b}{a^2}.$$

Para $j = 0, 1, \dots, J$ e $k = 0, 1, \dots, 2^{(J-j)} - 1$, com J inteiro, a Transformada *Wavelet* Discreta (TWD) é definida por

$$d_{j,k} = \sum_{t=0}^{n-1} x_t \psi_{j,k}(t), \quad (2.1)$$

com $X = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})^T$ representando o sinal discreto e $n = 2^J$ amostras em cada sinal.

Pode-se escrever a transformada (2.1) na forma matricial:

$$d = WX, \quad (2.2)$$

onde W representa a matriz dos coeficientes *wavelet*.

A fim de obter a TW de sinais discretos com algoritmos rápidos, foram desenvolvidos inúmeros métodos ([4] e [1]). Nesse trabalho optou-se pelo uso das *wavelets* de Daubechies [7], tanto pela sua facilidade de implementação como pelos bons resultados obtidos em inúmeras aplicações encontradas na literatura. Assim, neste artigo as *wavelets* com filtros de suporte 4, 12 e 20 são utilizadas. Elas são denotadas por DAUB4, DAUB12 e DAUB20, respectivamente. Vale ressaltar que quanto maior o suporte, geralmente, mais suave é a *wavelet*.

3. A Análise de Multirresolução na Atenuação do Multicaminho

Para reduzir o multicaminho aplicando a AMR, o sinal GPS é decomposto utilizando um algoritmo de filtragem, conhecido como algoritmo de Mallat [4]. Nesse processo, a filtragem é iterativa com sucessivas aproximações. Como resultado, o sinal é dividido em componentes de resolução cada vez mais baixa, ou seja, separando as altas frequências, onde se encontra o efeito do multicaminho, das baixas frequências (sinal propriamente dito). Após o processo de decomposição, modificando os coeficientes *wavelet* através de métodos de limiarização, o sinal pode ser reconstruído sem o efeito do multicaminho.

3.1. Limiarização

O princípio da limiarização dos coeficientes *wavelet* (*threshold*) tem por objetivo a redução (e mesmo remoção) do ruído presente num sinal, diminuindo ou zerando a magnitude dos coeficientes *wavelet* [6].

Geralmente se considera o modelo

$$y_i = f(t_i) - \sigma \varepsilon_i, i = 0, \dots, n-1, \quad (3.1)$$

onde $t_i = i/n$, f é a função desconhecida de interesse, y_i são os valores amostrados, σ é o desvio padrão do ruído, o qual será calculado (Seção 3.2.2) e ε_i é uma variável aleatória gaussiana com média zero e desvio padrão unitário, representando o erro da medida. O objetivo é estimar f com o menor erro médio quadrático:

$$\frac{1}{n} E \left\| \hat{f} - f \right\|_{L^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left\{ \left[\hat{f}(i/n) - f(i/n) \right]^2 \right\}, \quad (3.2)$$

sujeito à condição de que, com alta probabilidade, \hat{f} é pelo menos tão suave quanto f .

Tal condição é adotada pelo seguinte motivo: estimativas minimizadas simplesmente a partir do erro quadrático médio apresentam estruturas de ruído induzidas tais como oscilações que, dependendo da aplicação, podem induzir a interpretações falsas. Portanto, no método de reconstrução espera-se que não haverá oscilações maiores do que as do sinal original [11].

A transformada (2.2) aplicada ao modelo (3.1) produz

$$Wy = Wf + W\varepsilon \quad (3.3)$$

e, como W é ortogonal, ela transforma ruído branco em ruído branco, isto é, se j, k são os coeficientes *wavelet* de $f(t_i)$, por (3.3) pode-se escrever

$$y_{j,k} = \omega_{j,k} + \sigma z_{j,k}, \quad (3.4)$$

onde $z_{j,k}$ também é uma variável aleatória gaussiana com média zero e desvio padrão unitário. Ou seja, (3.4) nos diz que os coeficientes *wavelet* de uma amostra com ruído podem ser escritos como os coeficientes *wavelet* sem ruído adicionados a ruído branco, como ocorre com o sinal GPS.

Dessa forma, o procedimento de limiarização consiste em três estágios [6]:

1) A partir da TWD de y_1, \dots, y_t , obtêm-se os n coeficientes *wavelet* $y_{j,k}$, que são contaminados por ruído;

2) Usam-se limiares (*thresholds*) para reduzir ou anular os coeficientes abaixo de certo valor. Obtêm-se, neste estágio, os coeficientes desprovidos de ruído e do multicaminho de alta frequência;

3) A partir da TW inversa dos coeficientes do estágio (2) obtêm-se as estimativas \hat{f}_i .

Para a escolha dos limiares no segundo estágio, existem dois problemas: um é a escolha do esquema de limiares e o outro é a escolha dos parâmetros que governam esse esquema. Estes problemas são discutidos nas seções 3.1.1 e 3.1.2, respectivamente.

3.1.1. Esquemas de limiarização

Os principais esquemas de limiarização disponíveis são: o limiar rígido L_λ^R (*Hard Threshold*), o suave L_λ^S (*Soft Threshold*) e o quantitativo L_p^Q ,

$$L_\lambda^R = \begin{cases} 0, & |d_i| < \lambda \\ d_i, & |d_i| \geq \lambda \end{cases}, \quad L_\lambda^S = \text{sgn}(d_i)(|d_i| - \lambda), \quad L_p^Q = \begin{cases} 0, & |d_i| < p \\ d_i, & |d_i| \geq p \end{cases}, \quad (3.5)$$

onde λ é o limiar e p é o valor para o qual se elimina uma certa porcentagem de componentes

$$\text{sgn}(d_i) = \begin{cases} 1, & d_i > \lambda \\ 0, & -\lambda \leq d_i \leq \lambda \\ d_i, & d_i < -\lambda \end{cases}.$$

O limiar quantitativo não é interessante para ser aplicado no presente trabalho, pois a porcentagem de corte escolhida pelo usuário pode não ser a ideal para retirar o

multicaminho de alta frequência. Além disso, a mesma porcentagem seria aplicada para todas os sinais GPS de um processamento. No entanto, apenas os sinais afetados pelo multicaminho e por ruídos devem ser alterados.

Neste sentido, na seção seguinte é apresentado um parâmetro que pode ser estimado automaticamente a partir de cada sinal. Esse parâmetro foi desenvolvido por [2] e pode estar associados tanto ao limiar rígido como o suave.

3.1.2. Escolha dos parâmetros

Para a escolha do parâmetro λ , que aparece em (3.5), pode-se utilizar um limiar global, aplicável a todos os níveis ou, então, limiares que dependem do nível j , ou seja, para cada escala tem-se um limiar λ_j . Entretanto, pode-se aplicar o limiar apenas na escala mais fina (o primeiro nível de decomposição), pois [1] mostra que neste nível, os coeficientes *wavelet* são praticamente desprezíveis, desde que não existam frequências elevadas no sinal sob análise. A motivação para o uso das *wavelets* é poder representar um sinal com um pequeno subconjunto de coeficientes, desprezando (zerando) os demais. Dessa forma, torna-se claro o uso de esquemas de limiarização como os da Seção 3.1.1, pois, ao desprezar alguns coeficientes e manter os que efetivamente contribuem com o sinal, está-se eliminando o ruído.

Na escolha do limiar, não se deve esquecer que o critério (3.2) deve estar satisfeito. Em [2] este problema foi resolvido através do uso do limiar universal. Este limiar é definido como

$$\lambda = \hat{\sigma} \sqrt{2 \log n},$$

onde $\hat{\sigma}$ é a estimativa do nível de ruído, o qual deve ser estimado a partir de cada sinal.

O limiar universal foi um dos primeiros propostos, provê uma maneira fácil, rápida e automática de limiarização. Por isso, é o método escolhido para ser utilizado neste artigo.

Na prática, porém, não se tem conhecimento prévio do nível de ruído. Mas, nas escalas mais finas (os primeiros níveis de decomposição), os coeficientes *wavelet*, são praticamente desprezíveis. Assim, pode-se afirmar, salvo raras exceções, que a escala mais fina é aproximadamente composta de puro ruído. Dessa forma, foi proposto em [2] o seguinte estimador, o qual é utilizado neste trabalho:

$$\hat{\sigma} = \text{med} \{ |d_{J-1,k}|, 0 \leq k < n/2 \} / 0,6745,$$

onde *med* indica a mediana, $J-1$ é a escala mais fina e o fator 0,6745 é determinado estatisticamente em [3].

3.2. Escolha do esquema de limiarização e da *wavelet* mãe

A escolha do esquema de limiarização e da *wavelet* mãe é um passo muito importante para que resultados satisfatórios possam ser obtidos. Dessa forma, os esquemas de limiares Rígido e Suave são comparados e uma análise a partir dos resultados é realizada para verificar qual desses limiares apresenta melhor desempenho na reconstrução do sinal GPS. Paralelamente, é verificado qual é o melhor tamanho para

o suporte dos filtros utilizados. A AMR foi implementada em linguagem FORTRAN 77 (Compilador Lahey Fujitsu Fortran 95) e acoplada ao *software* GPSeq para processamento de sinais GPS em desenvolvimento na FCT/UNESP. Vários testes foram realizados e, após realizar o processamento, os resíduos e o desvio padrão foram analisados. A comparação desses resultados é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1: Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) para um sinal GPS (m).

Sem aplicar a AMR		Rm	0,253
		SD	0,308
Limiar Rígido	DAUB4	Rm	0,170
		SD	0,236
	DAUB12	Rm	0,167
		SD	0,218
	DAUB20	Rm	0,256
		SD	0,318
Limiar Suave	DAUB4	Rm	0,330
		SD	0,376
	DAUB12	Rm	0,356
		SD	0,426
	DAUB20	Rm	0,474
		SD	0,518

A partir da Tabela 1 pode-se verificar que os menores resíduos e desvios padrão foram obtidos utilizando o Limiar Rígido e a Daub12. Resultados similares foram obtidos em todos os testes [11].

4. Experimento e Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados de um experimento realizado em um campo próximo de 4 prédios, onde o sinal GPS pudesse se refletir e gerar propositalmente erros de multicaminho. O receptor GPS utilizado foi um Trimble 4600 LS de simples frequência. Esta coleta de dados foi realizada nos dias 12 e 15 de setembro de 2003 durante 2 h em cada dia, pois desde que a geometria do ambiente permaneça inalterada, o multicaminho deve apresentar o mesmo padrão em diferentes dias, variando conforme o movimento dos satélites.

A TW utilizando a Daub12 foi aplicada nos sinais GPS para cada um dos dias separadamente. Após realizar a decomposição, os coeficientes relativos às altas frequências e ao multicaminho foram separados e retirados desses sinais através do limiar rígido, cujos parâmetros foram estimados no nível mais alto da decomposição. Os coeficientes relativos às altas frequências foram reconstruídos para que o efeito

do multicaminho retirado do sinal pudesse ser visualizado. Nas Figuras 1 e 2, os erros de multicaminho para os sinais 1 e 2 são apresentados, respectivamente. Os sinais 1 e 2 são provenientes de satélites cuja geometria era propícia para gerar reflexões nos prédios. Para comparação, na Figura 3 são apresentados os erros de multicaminho para o sinal 3 provindo de um satélite cuja geometria não era propícia para gerar muitas reflexões nos prédios.

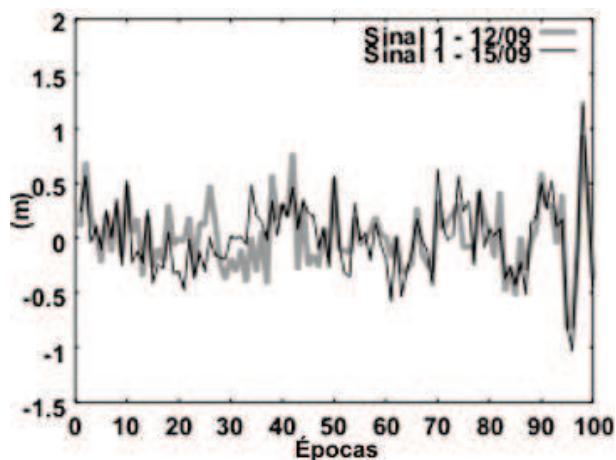


Figura 1: Multicaminho detectado pela AMR - Sinal 1.

Como esperado, a partir das Figuras 1, 2 e 3, pode-se verificar erros de multicaminho bem maiores para os sinais 1 e 2 do que para o sinal 3. Nota-se, portanto, que o método de limiarização utilizado e os parâmetros calculados automaticamente indicam realmente serem capazes de detectar o nível de erro de multicaminho em cada sinal. O coeficiente de correlação entre os dois dias foi calculado, o qual indicou uma repetibilidade de aproximadamente 75% e 70% para os sinais 1 e 2, e 65% para o 3, confirmando a eficiência do método na detecção do efeito do multicaminho.

Após realizar os processamentos com e sem a aplicação da AMR, os resíduos médios do ajustamento e seus respectivos desvios padrão são comparados. Como o sinal 3 não possuía erros de multicaminho tão significantes, apenas os resultados para os sinais 1 e 2 são mostrados na Tabela 2.

Da Tabela 2, verifica-se a efetividade do método na correção do multicaminho do sinal GPS.

5. Conclusão

Os resultados obtidos no presente trabalho, além dos já apresentados por [13] e [9], permitem concluir que a AMR utilizando a TW é uma ferramenta que possui um bom potencial para redução do efeito do multicaminho nos sinais GPS. *Wavelets* com diferentes suportes foram analisadas. Verificou-se a efetividade do método

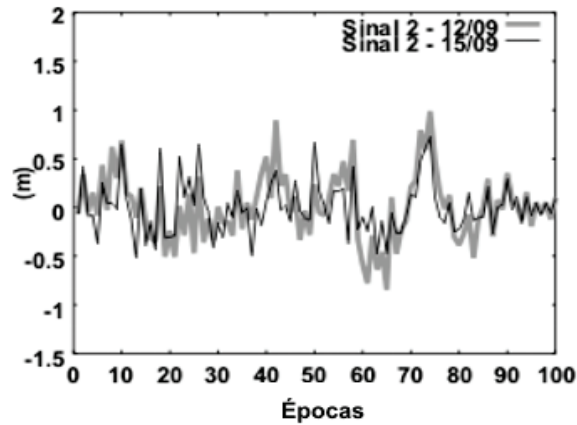


Figura 2: Multicaminho detectado pela AMR - Sinal 2.

Tabela 2: Comparação dos resíduos médios (Rm) e Desvio Padrão (SD) com (CC) e sem (SC) a correção do multicaminho para dois sinais GPS.

Resíduos	Sinal		SC (m)	CC (m)	Melhoria (%)	
	Sinal 1	dia 12	Rm	0,345	0,253	27
			SD	0,405	0,315	22
		dia 15	Rm	0,284	0,200	30
			SD	0,363	0,290	20
	Sinal 2	dia 12	Rm	0,320	0,259	19
			SD	0,387	0,311	20
		dia 15	Rm	0,297	0,225	24
			SD	0,346	0,263	24

proposto na correção deste efeito utilizando a *wavelet* de Daubechies com suporte 12 (DAUB12), a qual apresentou os melhores resultados em relação as de suporte 4 e 20.

A partir deste trabalho, pode-se concluir que o limiar rígido é o mais indicado em aplicações GPS. Trata-se de um fato importante, pois em várias outras aplicações o limiar suave apresenta melhores resultados e, geralmente, é o limiar escolhido pela comunidade usuária de uma forma geral. Obtiveram-se resultados muito promissores após a correção do efeito do multicaminho, pois os resíduos médios e o desvio padrão melhoraram em até 30% e 24%, respectivamente.

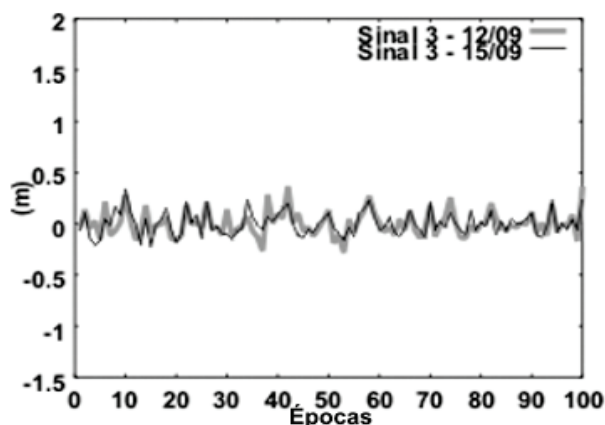


Figura 3: Multicaminho detectado pela AMR - Sinal 3.

Agradecimentos

Os autores gostariam de expressar seus agradecimentos aos assessores pelas sugestões interessantes que contribuíram para o melhoria deste artigo.

Abstract. Wavelet MultiResolution Analysis (MRA) has become an efficient tool for signal analysis with applications in physics, voice recognition, images codification, recognition and segmentation, denoising, density estimation, regressions and others. An important and recent application refers to the use of MRA Analysis for noise and multipath effect reduction. This effect happens mainly in signs sent by satellites, because they reflect on surfaces close to the receiver's antenna prior to reaching it. These reflected signals displace the direct signal causing several errors that deteriorate the precision and accuracy of the results obtained in the positioning systems by satellite, such as GPS (Global Positioning System). Experiments were carried out in an environment crowded with objects working as reflectors to cause multipath errors. The results were compared with and without the Wavelet Transform application. After the multipath correction, the results shown were very promising, up to 30% of improvement was obtained.

Referências

- [1] I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets", SIAM, Philadelphia, PA, 1992.
- [2] D.L. Donoho e I.M. Johnstone, Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage. *Biometrika*, **81** (1994), 425-455.
- [3] D.L. Donoho et al., Wavelet Shrinkage: Asymptopia? (with discussion), *Journal Royal Statistical Society*, **57** (1995), 301-369.
- [4] S. Mallat, "A wavelet tour of signal processing", Academic Press, San Diego, CA, 1998. 577p.

- [5] J.F.G. Monico, Posicionamento pelo NAVSTAR - GPS: Descrição, fundamentos e aplicações, UNESP, São Paulo, 2000.
- [6] P.A. Morettin, “Ondas e Ondaletas: Da análise de Fourier à Análise de Ondaletas”, EDUSP, São Paulo, 1999.
- [7] D.B. Percival, A.T. Walden, “Wavelet Methods for Time Series Analysis”, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [8] Press et al., “Numerical Recipes in C”, Cambridge, 1992.
- [9] C. Satirapod, R. Khoonphool e C. Rizos, Multipath Mitigation of Permanent GPS Stations using Wavelets, em “International Symposium on GPS/GNSS”, Tokio, Japan, November, 2003.
- [10] G. Seeber, “Satellite geodesy: foundations, methods and applications”, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2003.
- [11] E.M. Souza, “Efeito de Multicaminho de Alta Frequência no Posicionamento Relativo GPS Estático: Detecção e atenuação utilizando Wavelets”, Dissertação de Mestrado, FCT/UNESP, Presidente Prudente, 2004.
- [12] E.M. Souza, J.F.G. Monico, Wavelet Shrinkage: High Frequency Multipath Reduction from GPS Relative Positioning. *GPS Solutions*, **8**, No. 3 (2004), 52-159.
- [13] L. Xia, Approach for Multipath Reduction Using Wavelet Algorithm, em “Proceedings of International Technical Meeting”, 14, pp. 2134-2143, The Satellite Division of the Institute of Navigation, Salt Lake City, UT, 2001.