

## Resposta aos comentários em “16-147-1-RV\_1.pdf”

1. O artigo é extremamente enxuto. Recomendo ao autor elaborar um pouco mais na introdução e finalização de cada capítulo. Na introdução, deve constar uma explicação “em linhas gerais” do funcionamento do algoritmo. O resumo também não está adequado, sugiro remover os comentários sobre NP-completude das quais o artigo não trata e focar no que foi desenvolvido no artigo, isto é, na estratégia utilizada para desenvolver o algoritmo.

*A introdução foi ampliada, e a ordem dos parágrafos alterada. A seção 2 sofreu pequenas modificações. O resumo foi refeito, e os comentários sobre complexidade retirados.*

2. Pergunta: O algoritmo proposto guarda semelhança com os algoritmos enumerativos citados no livro de Dempe [6]. Qual é a diferença na estratégia de resolução? Há algum motivo para crer que seja melhor? pior?

*Há semelhança com o método de descida apresentado em [6]. Nesse método, informações de restrições do nível inferior ativas no ponto corrente são usadas no cálculo de direções de descida. Como em nosso método, faces de dimensões maiores são o foco (tenta-se inativar mais restrições). No entanto não usamos direções de descida, e garantimos sempre o melhor ponto naquele conjunto de restrições ativas (a resolução do problema no passo 5). Há também o método enumerativo de Hansen, Jaurmard e Savard (HJS), cuja ramificação se dá ativando ou não restrições do nível inferior. O primeiro método é para soluções ótimas locais, e o segundo, para globais.*

3. Na formulação do PLDN, utilize  $c_1^t x + d_1^t y$  na função objetivo, já que é mais usual denotar o produto interno de dois vetores desta forma. Note que isso faça com que desapareça o transposto de  $d_2$  na equação (2.1).

*OK.*

4. No Capítulo 2: Definições e propriedades, você define problema de alto nível e problema de baixo nível. Sugiro utilizar os nomes: problema do nível superior e problema do nível inferior. Isso deve ser corrigido ao longo de todo o texto.

*OK.*

5. Antes da def. 2.1: utilizar “o desenvolvimento” ao invés de “a confecção” e citar referência para a definição 2.1.

*OK.*

6. Definição 2.1: trocar “são as  $i$ -ésimas linhas  $A_i$  de  $A$  tais que  $i \in J$ ” por “são as linhas de  $A$  que correspondem aos índices em  $J$ ”. No parágrafo seguinte a sigla PLDN está escrito errado.

*OK.*

7. Equação (2.1): Inclua o nome de Karush nas condições de Karush-Kuhn-Tucker.

*OK.*

8. Sobre a hipótese de faces não degeneradas não ser restritivo: O argumento de [13] se baseia no fato que o conjunto dos problemas que não satisfazem essa condição formam um certo conjunto de medida nula. Isso é um resultado teórico interessante, porém não é correto concluir que a hipótese de não degeneracidade não é restritiva baseado nisso. Observe que se um ponto  $x$  é solução de um problema geral de otimização não linear com restrições, a condição de otimalidade “gradiente da função objetivo igual a zero” é satisfeita em quase todos os pontos (a menos da fronteira do conjunto viável, que tem medida nula). Isso não nos dá o direito de afirmar que as condições KKT podem ser substituídas por esta, pois sabemos que frequentemente os casos de medida nula são os que ocorrem. Você pode citar o resultado interessante de genericidade da hipótese de faces não degeneradas, mas não diga que isso a torna uma hipótese pouco restritiva.  
*Realmente, a conclusão não procede. A frase foi retirada.*
9. Antes do Algoritmo 1: Não use “aplicamos-o”.  
*OK. Trocado por “aplicamo-lo”.*
10. Passo 5 do Algoritmo 1: Reescrever a frase: “(ele é viável pois  $(x_k, y_k)$  é um ponto viável seu)” o mesmo para o parenteses em seguida. Diga algo como: “Observe que o problema é viável pois  $(x_k, y_k)$  é um ponto viável”.  
*OK.*
11. Teorema 3.1: Enuncie explicitamente as hipóteses feitas no problema, além disso, diga em que casos o algoritmo converge para uma solução local de PLDN, e em que casos isso não ocorre. Use “converge em um número finito de passos”.  
*OK. O enunciado do Teorema foi revisado.*
12. Na demonstração do teorema, não escreva “LI entre si”, apenas “LI”. Não escreva um absurdo”. Muitas vezes o absurdo é claro e não há necessidade de escrever mais nada, ou utilize “o que não pode ocorrer” e suas variações.  
*OK.*
13. Não utilize o quadrado de término de demonstração no final dos exemplos 1 e 2  
*OK.*

## Resposta aos comentários em “16-816-1-RV\_1.pdf”

1. O autor deveria deixar mais claro a contribuição do artigo, comentando as diferenças do algoritmo proposto e os algoritmos da literatura.  
*Comentários foram adicionados na seção 5, de conclusões.*
2. Sem verificar em profundidade, ficou a impressão a este revisor que o algoritmo proposto se trata de uma especialização do método de conjuntos ativos, bem conhecido da otimização não linear (o próprio método simplex da otimização linear pode ser visto nesta estrutura de algoritmo). Isto não

desqualifica o trabalho, mas pode tornar a prova de validade do algoritmo mais simples, com referências à literatura. Ver o livro de Luenberger, *Linear and Nonlinear Programming*, 1984.

*Realmente, o método assemelha-se ao de conjuntos ativos. Reconheço que a prova de validade está grande, mas não vi como reduzi-la.*

3. Se possível, fazer uma relação entre "racionalidade" e fronteira equivalente (curva de Pareto) para multiobjetivos.

*O problema de dois níveis relaciona-se com problemas multiobjetivos, problemas com restrições de equilíbrio, problemas de complementariedade linear, dentre outros. A relação entre eles é bem discutida nas revisões citadas no trabalho.*

4. (Primeiro parágrafo depois da definição 2.1). "... Diremos que uma face  $D$  é adjacente à  $z$  se  $z \in D$ ." Creio que o correto seria  $Q$  no lugar de  $D$ .

*Sim, o correto é  $Q$ .*

5. (próximo parágrafo ao item 4). "...condições de otimalidade de Kuhn Tucker", creio que o correto seria "condições de otimalidade de Karush Kuhn Tucker".

*OK.*

6. (primeiro parágrafo da seção 3). Não está claro o significado de "zerando as variáveis duais". Talvez pudesse fazer referência a (2.5).

*A frase foi reformulada.*

7. (parágrafo seguinte ao item 6). "aplicamos-o". Creio que o correto seria "aplicamo-lo".

*OK.*

8. No primeiro passo do algoritmo sugere o uso de uma heurística para o cálculo do ponto inicial. Creio que mereça algum comentário de como obtê-la, ou remeter à literatura.

*Comentários a respeito foram adicionados, na Observação 1.*

9. O passo 5 do algoritmo deveria ser revisado. A frase "este problema admite solução pois..." foi repetida. Além disso, "se faça...". Parece que falta "senão". Por outro lado, a escolha de  $j$  no passo 2 não deveria garantir isto? Veja o método dos conjuntos ativos para a escolha de  $j$ .

*A escolha de  $j$  não garante tal fato. A redação do passo 5 foi revisada.*

10. Falta uma seção final com perspectivas do uso do algoritmo proposto para resolver problemas práticos de tamanho grande. O algoritmo proposto pode ser implementado recorrendo-se a implementações sofisticadas de métodos de otimização linear (p. ex. CPLEX). Talvez o autor pudesse dar direções neste sentido.

*Foi adicionada uma seção com testes computacionais (seção 4). Utilizamos o CPLEX 12.3 na resolução de problemas de programação linear. A geração dos problemas-teste baseou-se no artigo de George Still. Breves comentários acerca do porque acreditarmos que o algoritmo é viável foram adicionados numa seção de conclusões (seção 5).*

## Outros comentários

1. A primeira versão do artigo tinha 12 páginas. Após a inserção de comentários adicionais e testes computacionais, o número de páginas saltou para 15, inviabilizando a publicação na TEMA (que limita esse número a 12). Por esse motivo, suprimimos os exemplos. Assim, a nova versão tem 12 páginas.